b. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$ et $\mathscr{C}'$ le cercle de diamètre $[D]$. Montrer que $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont sécants en I et en un autre point Ω.
Montrer que Ω est le centre de S.
3. Soit $g = f \circ S$. Déterminer la nature de g et ses éléments caractéristiques.

26 On considère un triangle isocèle ABC direct de sommet principal A. On pose $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv 2\alpha \ [2\pi]$, où α est un réel de $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.
On désigne par O le milieu de $[BC]$ et D le symétrique de A par rapport à O.
Soit I et J les projetés orthogonaux respectifs de O et D sur (AC).
1. Soit f la similitude directe qui envoie O sur I et D sur J
Déterminer à l'aide de α, l'angle et le rapport de f.
Montrer que $f(A) = A$.
2. On désigne par E le symétrique de O par rapport à I.
Montrer que $f(B) = O$ et $f(C) = E$.
Déterminer $\frac{OE}{BC}$.
3. Soit g la similitude indirecte qui envoie B sur O et C sur E.
a. Déterminer le rapport de g et l'image de O par g.
b. Montrer que $g = S_{(OE)} \circ f$.
4. Soit Ω le centre de g.
a. Montrer que $g \circ g(D) = J$ et en déduire que Ω appartient à la droite (DJ).
b. Montrer que Ω appartient à la droite (BI).
c. Construire Ω.

27 Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{3} \ [2\pi]$.
La bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe $[AC]$ en O.
On désigne par H le projeté orthogonal de O sur (AB) et par H' le milieu de $[OA]$.
1. a. Faire une figure.
b. Montrer que le triangle OAB est isocèle et que H est le milieu de $[AB]$.
2. Soit f la similitude directe telle que $f(B) = O$ et $f(H) = H'$.
a. Montrer que le rapport de f est $\frac{1}{\sqrt{3}}$ et que $\frac{\pi}{6}$ est une mesure de son angle.
b. Montrer que H' est le milieu du segment $[Of(A)]$.
En déduire que A est le centre de f.
3. Les cercles (Γ) et (Γ') de diamètres respectifs $[AB]$ et $[AO]$ se recoupent en D.
a. Montrer que les points B, O et D sont alignés.
b. Montrer que les triangles BCH et ODH' sont équilatéraux et que $f(C) = D$.
c. Montrer que le quadrilatère ADCH est un losange.
4. Soit $g = S_{(DH)} \circ f$, où $S_{(DH)}$ est la symétrie axiale d'axe (DH).
a. Déterminer g(A) et g(C).
b. Montrer que g est une similitude indirecte dont on précisera le rapport.
c. Soit Ω le centre de g.
Montrer que $\overrightarrow{\Omega D} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\Omega D}$.
Construire alors le centre Ω et l'axe Δ de g.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn